

希尔伯特与广义相对论场方程

卢昌海

一. 引言

众所周知，二十世纪最著名的物理学家是爱因斯坦（Albert Einstein, 1879-1955），爱因斯坦最著名的成就是广义相对论。关于广义相对论的提出，爱因斯坦的晚年合作者、波兰物理学家英菲尔德（Leopold Infeld, 1898-1968）在《爱因斯坦：他的工作及对世界的影响》（Albert Einstein: His Work and Its Influence on Our World）一书中曾经记述过一段有趣的对话：

……我曾对爱因斯坦说：“无论您是否提出，我相信狭义相对论的问世都不会有什么延误，因为时机已经成熟了。”爱因斯坦回答说：“是的，这没错，但广义相对论的情形不是这样，我怀疑直到现在也未必会有人提出。”

英菲尔德并且评论说，这一回答很好地表述了爱因斯坦在广义相对论发展史上所扮演的角色。

确实，在二十世纪前二十五年所发生的那场影响深远的物理学革命中，狭义相对论、广义相对论和量子力学这三大理论的提出可谓是有各特色：狭义相对论是水到渠成、瓜熟蒂落，量子力学则是群雄并起、共襄盛举——这两者虽很不相同，但似乎都是“离了谁地球照样转”。唯有广义相对论，几乎是爱因斯坦“一个人的战斗”，是没有爱因斯坦就没有广义相对论。这一点不仅有爱因斯坦本人与英菲尔德的上述对话作脚注，也是很多其他物理学家的共同看法。比如著名美国物理学家奥本海默（J. Robert Oppenheimer, 1904-1967）在为纪念爱因斯坦逝世十周年而撰写，后被收录于爱因斯坦诞辰 100 周年纪念文集《爱因斯坦——世纪文集》（Einstein: A Centenary Volume）的题为“论爱因斯坦”（On Albert Einstein）的文章中，就写过一段与英菲尔德的回忆有异曲同工之意的文字：

量子的发现必定会以这种或那种的方式出现……对没有任何信号能运动得比光更快的含义的深刻理解也必定会出现……直到今天仍未被实验很好证实的广义相对论则除他以外，在很长很长时间内都不会有人能提出。

《爱因斯坦——世纪文集》的主编、以编写物理教材而知名的美国麻省理工学院（MIT）物理学教授弗伦奇

（Anthony French, 1920-）也在为该文集撰写的题为“广义相对论的故事”（The Story of General Relativity）的文章中“英雄所见略同”地写道：

有人曾经评论过，在 1905 年之前……狭义相对论已经呼之欲出了，如果爱因斯坦没有将之透彻化，用不了多久其他人也会做到。无论这是否正确，可以确定的是：在创立广义相对论时爱因斯坦迈出了自己独一无二的一步。没有他的引路，这一步也许几十年都不会有人迈出。

这样一场“一个人的战斗”从历史考究的角度看，照说是不该有什么悬疑的，其实却不然。在广义相对论的历史考究中除了探讨爱因斯坦的“心路历程”外，还有一个颇有争议性的话题，那便是究竟谁最先提出了广义相对论场方程？这个争议性话题就是本文的主题，它的主角有两位：一位当然是爱因斯坦，另一位则是德国数学家希尔伯特（David Hilbert, 1862-1943）。

二. 希尔伯特对物理学的兴趣

希尔伯特是二十世纪最著名的数学家之一，也是“数学圣地”哥廷根（Göttingen）的灵魂人物之一，不仅研究领域



爱因斯坦（左）和希尔伯特



希尔伯特（前右）和学生哈尔（后左一，Alfréd Haar，离散小波创始人），儿子 Franz Hilbert（后左二），朋友、合作者闵科夫斯基（前左，Hermann Minkowski），夫人 Käthe Hilbert（前中），学生 Ernst Hellinger（后右一）

极为宽广，研究成果也极为丰硕。单就以他名字命名的数学名词而论，就有不下打，比如希尔伯特基（Hilbert basis）、希尔伯特特征函数（Hilbert's characteristic function）、希尔伯特立方（Hilbert cube）、希尔伯特矩阵（Hilbert matrix）、希尔伯特模形式（Hilbert modular form）、希尔伯特函数（Hilbert function）、希尔伯特多项式（Hilbert polynomial）、希尔伯特概型（Hilbert scheme）、希尔伯特空间（Hilbert space）、希尔伯特变换（Hilbert transform）、希尔伯特不变积分（Hilbert invariant integral）等等，以及——最后但对本文来说绝非最不重要的——爱因斯坦—希尔伯特作用量（Einstein-Hilbert action）。

对于很多数学家来说，名字能出现在一个数学名词中就已是难得的荣誉了，但对希尔伯特来说，那一打以上的数学名词加在一起，也还只是勾勒出了他研究工作中偏于“战术性”的那部分，而未能包括很多视野更宏大的“战略性”研究——比如对几何基础及数学基础的研究。不仅如此，作为数学家的希尔伯特的研究领域甚至不是数学所能涵盖的，因为除数学外，他对物理学也怀有浓厚的兴趣并从事过研究。

早在1900年发表的著名演讲“数学问题”（Mathematische Probleme）中，希尔伯特就把物理学的公理化列为了问题之一（即希尔伯特第六问题）。这个貌似泛泛的问题并非是为了让他的演讲看起来包罗万象而随意引入的，而确实实是代表了希尔伯特所看重并感兴趣的一个方向。希尔伯特后来的学术轨迹在很大程度上印证了这一点：自1902年起，他开始讲授物理学；自1912年起，他设立了物理学助手职位，并招收指导了从事理论物理研究的学生；1913年，他组织了所谓的“哥廷根周”（Göttinger Gastwoche）活动，邀请普朗克（Max Planck, 1858-1947）、德拜（Peter Debye, 1884-1966）、能斯特（Walther Nernst, 1864-1941）、

索末菲（Arnold Sommerfeld, 1868-1951）、洛伦兹（Hendrik Lorentz, 1853-1928）等众多第一流的物理学家来做报告，介绍了包括气体运动理论及兴起中的量子论在内的诸多课题。1914年，他邀请物理学家德拜开设了有关物质结构的讲座。

在希尔伯特对物理学的兴趣中，公理化思想是一个很重要的方面，不仅他本人深为重视，受他影响，一些其他数学家也对物理学的公理化展开了研究。比如在哥廷根大学（University of Göttingen）就读过的希腊数学家卡拉西奥多里（Constantin Carathéodory, 1873-1950）在热力学的公理化方面就做了重要工作。除公理化思想外，极小值原理（minimal principle）也极受希尔伯特的器重。极小值原理在物理学上的具体应用有着各种不同形式，那些形式大都为希尔伯特所熟悉。比如在讲授力学时，他曾经使用过高斯最小约束原理（Gauss' principle of least constraint）；在我们将要介绍的有关引力理论的研究中，则使用了在现代物理中被广泛运用的最小作用量原理（principle of least action）。

在对物理学的持续关注中，希尔伯特那颇具识人之明的眼光并没有漏掉一位比他年轻十七岁、正快速成长为大腕的“后起之秀”——爱因斯坦。早在1912年，希尔伯特在研究线性积分方程时，就曾与爱因斯坦有过信件往来：他向爱因斯坦索要过气体运动理论及辐射理论方面的论文，并回赠过一本自己新出版的积分方程著作。他也曾邀请爱因斯坦在“哥廷根周”期间访问哥廷根，做一次有关气体运动理论的报告，但爱因斯坦婉拒了。不过，从1915年6月28日至7月5日，爱因斯坦终于应希尔伯特的邀请对哥廷根进行了为期一周的访问，并作了六次——每次两小时的——报告，介绍他的广义相对论研究。

那次哥廷根之行给爱因斯坦留下了不错的印象，他在1915年7月15日给索末菲的信中描述了自己的观感：

在哥廷根，我非常愉快地看到所有的东西都在细节上得到了理解。我对希尔伯特很是着迷，他是一个重要人物！

在给其他同事和朋友的信件中，爱因斯坦也毫不讳言地表示了对希尔伯特的好感，并提到他（在引力理论方面）已完全说服了希尔伯特与克莱因（Felix Klein, 1849-1925）^[注1.1]。

注 1.1

克莱因是一位比希尔伯特更资深的哥廷根的著名数学家（不要与有相同中文译名的美国数学科普作家 Morris Kline 相混淆，此处及后文提到克莱因所指的是 Felix Klein）。关于爱因斯坦认为自己说服了希尔伯特一事，信件中并未提及细节，如果用后来的情形来印证的话，那么希尔伯特主要是接受了爱因斯坦的广义协变原理及用度规张量描述引力势的想法，但对爱因斯坦理论的若干其它细节，尤其是当时尚不正确的场方程，是不认同的。

希尔伯特对爱因斯坦的访问也极为重视。那次演讲之后不久，希尔伯特离开了哥廷根去度暑假。对于他在那段时间中的具体行程史学家们所知不全，但一般认为，在那段时间中希尔伯特的研究重心向引力理论方向作了显著倾斜。这一倾斜使得他与爱因斯坦之间展开了一场无形的——在某些环节上甚至是有形的——竞争，也为史学家们留下了一个小小的谜团。

1915年11月20日，希尔伯特在哥廷根皇家科学院(Royal Academy of Science in Göttingen)作了有关引力理论的报告，介绍了他的研究成果。那次报告对于探讨谁最先提出了广义相对论场方程是极为重要的。可惜的是，也许因为听众大都是数学家，报告的主题却是物理学，从而“言者谆谆，听者藐藐”的缘故，后世的史学家们未能收集到有关那次报告的第一手资料——比如听众的响应或有关报告内容的细节性回忆等。早期的史学研究所以依据的乃是希尔伯特于1916年3月31日发表在《皇家科学与人文学会新闻》(Nachrichten von der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften)上的题为“物理学基础”(Die Grundlagen der Physik)的论文^[注1.2]。那篇论文明确标注了曾在1915年11月20日的会议上作过报告(Vorgelegt in der Sitzung vom 20 November 1915)，从而被视为了有关那次报告的最直接——一度甚至是唯一直接——的资料。

接下来我们就先对希尔伯特的那篇论文作一个简短介绍。

注 1.2

细心的读者也许注意到了，这一论文标题与他的名著《几何基础》(Grundlagen der Geometrie)的标题是极为相似的。

注 1.3

希尔伯特早年曾倾向于接受所谓的机械观，后来才转而接受电磁观。自1913年之后，则更具体地青睐于建立在电磁观之上的米理论(有关机械观与电磁观的简单介绍，可参阅拙作《质量的起源》的第三节)。

注 1.4

米的“世界函数”是一种拉格朗日函数(Lagrangian)，后者的符号通常取为 L 。拉格朗日函数在具体使用时分“拉格朗日量”(Lagrangian)与“拉格朗日密度”(Lagrangian density)两种主要情形，前者常用于离散体系，后者常用于场论，希尔伯特所用的是后者。拉格朗日密度有时也称为作用量密度(action density)，其不变体积元 $\sqrt{g} d^4x$ 的积分则称为作用量。不过为简洁起见，在不会混淆的情形下，我们将把两者统称为作用量。

三. 希尔伯特的“物理学基础”

希尔伯特对引力理论的研究有两个主要切入点：一个是来自爱因斯坦的广义协变原理及用度规张量描述引力势的想法，这是爱因斯坦自1907年开始思索引力问题以来逐步确立起来的想法；另一个则是来自德国物理学家米(Gustav Mie, 1869-1957)的物质理论。米(一个字的中文译名真是别扭)的物质理论(简称米理论)是建立在物质起源于电磁相互作用这一被称为电磁观或电磁世界观(electromagnetic worldview)的观念之上的^[注1.3]，与建立在电磁观之上的其它理论一样，在昙花一现之后很快就入住了“历史博物馆”。

借助这两个切入点，沿袭物理学公理化的大思路，希尔伯特在论文的开篇中列出了两条公理。其中第一条被称为“米的世界函数公理”(Mie's axiom of the world function)，这条公理虽被冠以米的名字，从框架上讲，实际引入的乃是最小作用量原理，只不过用被米称为“世界函数”的函数 H 来表述作用量而已^[注1.4]。除此之外，该公理还规定世界函数 H 只包含度规张量及其一、二阶导数，以及电磁势及其一阶导数。从而同时体现了爱因斯坦用度规张量描述引力势的想法以及米的建立在电磁观之上的物质理论(因为物质场部分只含电磁场)。而第二条公理则是所谓的“广义不变性公理”(axiom of general invariance)，它规定世界函数在任意坐标变换之下为标量。毫无疑问，这条公理体现的是爱因斯坦的广义协变原理，只不过作用量是标量，从而“协变”(covariance)成为了“不变”(invariance)。如果更细致地分析的话，那么第一条公理中的 H 只包含度规张量及其一、二阶导数的限定有可能也是来自爱因斯坦的，因为是他通过对经典极限的研究，发现了引力理论不含度规张量的二阶以上导数^[注1.5]。

以这两条公理为基础，希尔伯特给出了一系列数学和物理上的结果。其中数学上的结果包括：

1. 缩并形式——即关于里奇张量(Ricci tensor)——的毕安基恒等式(Bianchi identity)^[注1.6]。

注 1.5

不过场论中通常就不含场量的二阶以上导数，因此这一限定虽有可能来自爱因斯坦，但即便没有爱因斯坦，估计希尔伯特也会做出同样的限定。

注 1.6

毕安基恒等式据说最早乃是意大利数学家里奇(Gregorio Ricci-Curbastro, 1853-1925)于1880年发现的，后来于1902年由意大利数学家毕安基(Luigi Bianchi, 1856-1928)重新发现，并因此得名。在广义相对论的早期研究中，无论爱因斯坦还是希尔伯特都不知道这一恒等式，从而未能直接利用它来简化场方程的推导。

2. 诺特定理 (Noether's theorem) 的雏形 [注 1.7]。

而对我们来说更有兴趣的物理上的结果则主要包括：

1. 引力理论的作用量为 $K + L$ ，其中 K 为曲率标量（现代符号为 R ）， L 为物质场的作用量，对希尔伯特来说特指为米理论中的电磁作用量。

2. 引力场方程为 $\sqrt{g} (K_{\mu\nu} - \frac{1}{2} K g_{\mu\nu}) = -\partial (\sqrt{g} L) / \partial g^{\mu\nu}$ ，其中 $K_{\mu\nu}$ 为里奇张量（现代符号为 $R_{\mu\nu}$ ）， $g_{\mu\nu}$ 为度规张量， g 为度规张量的行列式。

这两个物理上的结果正是后来在史学界引发争议乃至风波的核心所在。如前所述，包含这两个结果的论文虽是 1916 年 3 月 31 日发表的，但由于明确标注了曾在 1915 年 11 月 20 日的会议上作过报告，而关于那次报告，又一度并无足够详尽的其它资料可供研究，因此早期的史学家便将这篇论文中的结果视为是希尔伯特不迟于 1915 年 11 月 20 日所得到的。与之相比，爱因斯坦最早得到正确的引力场方程是在 1915 年 11 月 25 日，那一天他向普鲁士科学院 (Prussian Academy) 报告了正确的场方程，并随即以“引力场方程” (The Field Equations of Gravitation) 为题发表在了普鲁士科学院的会议报告 (Sitzungsberichte) 中。这一时间比希尔伯特作报告的日子晚了五天。因此，一些早期的史学家认为希尔伯特先于爱因斯坦就得到了广义相对论场方程。

不过，对于多数其他人来说，希尔伯特的论文其实并未引起太大反响，这也许是因为——如前所述——聆听他 1915 年 11 月 20 日报告的大都是数学家，对物理学话题相对隔膜。而当希尔伯特的论文正式发表时，不仅爱因斯坦关于引力场方程的最早的短文早已发表，就连他有关广义相对论的著名长篇综述“广义相对论基础” (The Foundation of General Theory of Relativity) 也已问世。另外一个可能的原因则是爱因斯坦研究广义相对论所用的数学对当时的物理学家来说虽有些另类，但比起希尔伯特的数学来却可能还算略显“通俗”的，从而更容易被接受。

由于希尔伯特的论文未引起太大反响，因此关于希尔伯特是否先于爱因斯坦得到广义相对论场方程一事，很多人即便风闻过消息，对细节也大都知之不详。这方面的一个例子，是印度裔美国科学史学家梅拉 (Jagdish Mehra, 1937)

注 1.7

诺特定理是德国数学家诺特 (Emmy Noether, 1882-1935) 于 1918 年发表的，不过其证明据说在 1915 年就完成了。希尔伯特在准备 12 月 20 日的报告期间，曾经让诺特做他的助手，因此两人在诺特定理这一课题上可能有过讨论。

所提到的。1974 年，梅拉在有关这一话题的著作《爱因斯坦、希尔伯特与引力理论》 (Einstein, Hilbert, and the Theory of Gravitation) 的序言中提到，他之所以研究这一课题，并撰写这一著作，是因为匈牙利数学及物理学家维格纳 (Eugene Wigner, 1902-1995) 曾风闻过希尔伯特先于爱因斯坦发现广义相对论场方程的说法，并向他寻求证实。维格纳不仅是数学及物理学家，而且曾在哥廷根大学做过希尔伯特的助手，连他都不知道此事的细节，其他人就更可想而知了。

但在转而探讨历史细节之前，有关希尔伯特那篇论文还有其它一些东西值得评述。

在希尔伯特的论文中，除上述结果外，还提出了一个有趣的观点，那就是引力场的作用量对于度规张量的 10 个分量和电磁势的 4 个分量分别作变分，一共可以得到 14 个方程（即 10 个引力场方程与 4 个电磁场方程），但由于缩并形式的毕安基恒等式共有 4 个，因此其中有 4 个方程是不独立的。希尔伯特对这一结果作出了自己的诠释，他认为这意味着 4 个电磁场方程可以作为 10 个引力场方程的推论，从而表明电磁理论可以从引力理论中得到 [注 1.8]。而依据希尔伯特当时所认同的电磁观，电磁理论乃是物质理论的基础，因此电磁理论可以从引力理论中得到，也就意味着全部的物理学都可以归并为引力理论。希尔伯特将自己那篇有关引力理论的论文取名为“物理学基础”，就在一定程度上体现了这一诠释。在论文的末尾，他甚至充满乐观地展望道：

通过本文所确立的基本方程式，我相信最深层的、目前还隐藏着的原子内部过程也将得到解释。尤其是将所有物理常数普遍约化为数学常数必定是可能的……物理学在原则上变成像几何那样的科学——这毫无疑问是公理化方法的最高成就。

这种乐观憧憬也是刻在其墓碑上的希尔伯特的毕生信念“我们必须知道，我们必将知道” (Wir müssen wissen. Wir werden wissen) 的一个生动写照。

当然，我们现在知道（希尔伯特本人在不久之后也意识到了），希尔伯特的上述看法是完全错误的，因为缩并形式的毕安基恒等式并不意味着电磁理论可以从引力理论中得到。从现代观点来看，4 个缩并形式的毕安基恒等式的存在

注 1.8

有意思的是，希尔伯特的这一结论实际上是逆转了米的观点。米是电磁观的贯彻者，他的理论是单纯的电磁理论，并一度曾希望将引力也归因于电磁理论（因此米也是统一引力与电磁的早期尝试者），这与希尔伯特所得到的结论恰好相反。米后来放弃了将引力归因于电磁理论的努力，转而尝试用四维矢量来描述引力势。

使得 10 个引力场方程中只有 6 个是独立的，从而在求解度规张量时必须添加 4 个坐标条件，仅此而已。这一点实际上是与广义协变性一脉相承的，因为后者意味着引力场方程及其解允许对 4 个时空坐标作任意变换，从而只有在添加 4 个坐标条件后才能得到确定的解。这一切丝毫不意味着从引力理论中可以得到电磁理论，更谈不上能将全部的物理学归并为引力理论（后者还进一步假定了本身也是错误的电磁观），及支持希尔伯特论文末尾那些天马行空般的想象。此外，正确的引力场方程与缩并形式的毕安基恒等式一同确保了协变形式的能量动量守恒定律，而能量动量守恒定律——视具体的物质体系而定——蕴含了物质运动方程的全部或部分信息，这在如今也已是众所周知的结论了，前者在现代广义相对论教材中更是往往作为引力理论所需满足的条件及推导引力场方程的捷径来用。可惜在早期研究中，无论爱因斯坦还是希尔伯特都未能清楚地看到这些。爱因斯坦早年走过的许多弯路（包括一度以为广义协变性无法普遍成立），以及希尔伯特的上述错误都与之不无关系。当然，这绝不能作为后人苛责他们的理由，在黑暗中探索的前辈们所面临的困难是我们这些事后诸葛无法直接体验的，爱因斯坦本人对此有过精辟的评论：

在黑暗中探寻真理的那些能够体味却难以描绘的年月，那些强烈的渴望和在信心与疑虑之间的反复徘徊，直至突破后的明晰和领悟，都只有亲身经历过的人才能知晓。

不过，希尔伯特将电磁理论乃至整个物理学归并为引力理论的观点虽然不正确，他的这一做法却可以算是先于爱因斯坦走上了试图统一引力与电磁的道路。当然，在这点上他虽先于爱因斯坦，却也绝非“第一人”，比如笃信电磁观的米在他之前就曾做过类似努力（参阅 [注 1.8]）。希尔伯特本人则将此道路的开创归功于德国数学家黎曼（Bernhard Riemann, 1826-1866），表示黎曼是“最早探索引力与光之间的理论关联”的人（因为在黎曼手稿中有一篇探讨引力与光的短文），而他自己所得到的结果则是“对黎曼提出的问题的简单且很令人惊讶的解答”。相比之下，爱因斯坦是二十世纪二十年代开始才正式走上同样道路的，不仅比黎曼、米、希尔伯特来得晚，也晚于德国数学家外尔（Hermann Weyl, 1885-1955）、卡鲁查（Theodor Kaluza, 1885-1954）等人——当然，他较晚进入这一“死胡同”对物理学来说乃是

不幸中的幸运。

希尔伯特那篇论文的另一个值得评述的特点，是率先用最小作用量原理表述了正确的引力理论。希尔伯特以最小作用量原理为基本出发点（即视为公理）的做法，曾被奥地利物理学家泡利（Wolfgang Pauli, 1900-1958）列为是妨碍物理学家接受他理论的两大障碍之一（另一个障碍是采用了米理论）。不过从现代物理学的观点来看，希尔伯特的做法却极具前瞻性。因为现代物理学上几乎所有的基础理论研究都是从最小作用量原理出发的 [注 1.9]。就连爱因斯坦本人，虽然曾在 1916 年 5 月 24 日给好友艾伦菲斯特（Paul Ehrenfest, 1880-1933）的信中表示不欣赏希尔伯特那“不必要地复杂迂回”的理论，在同年的 10 月却开始了沿这一方向的研究，并且在论文中改称希尔伯特的理论为“特别清晰的形式”。看来外尔在晚年的回忆中把希尔伯特比喻为吹着迷人长笛，引诱一大群老鼠跟随他跳入数学长河的人是颇为贴切的——就连爱因斯坦也挡不住诱惑地跟着他跳了一回。

说到这里，顺便回过头来评述一下本文开头所引述的爱因斯坦本人及其他物理学家的看法，即认为广义相对论如果没有爱因斯坦，在非常长的时间内都无法由别人提出。我早年接触到这一看法时，曾有过完全的认同，因为像广义相对论那样复杂的理论，是不可能像发现牛顿引力定律那样利用观测线索来发现的（那样的线索只能得到一部分后牛顿近似，而不可能反推出广义相对论来），而纯理论的探索则有太多的可能性，米等人的探索就是例子，甚至连爱因斯坦本人的探索，也走过了大量歧途，且最后的成功——如后文将要提到的——仍有一定的歪打正着之处。对于这样的复杂理论，其他人完全独立地提出一模一样的理论似乎确实是不可思议的 [注 1.10]。不过，后来我的看法有了显著改变，理由正是最小作用量原理。从最小作用量原理的角度讲，只要有人想到了坐标变换可以突破狭义相对论的限制（这当然也不容易，但与创立整个广义相对论相比还是容易得多的），则度规张量的引入就是必然的，而度规张量及其低阶导数构成的最简单的标量就是曲率标量，这一数学事实也早晚会被注意到的。如果进一步考虑到在现代物理研究中，对最小作用量原理的运用越来越广泛，对作用量的选取则呈现出穷举性，即认为凡未被基本原理所禁止的项都可以进入作用量中，则曲率标量的进入——从而广义相对论的发现——也几乎是

注 1.9

需要提到的是，爱因斯坦、洛伦兹等人在相对论研究中也使用过最小作用量原理，只不过没有像希尔伯特那样将其地位放得如此之高，而且也没能给出正确的引力理论作用量。

注 1.10

有读者可能会觉得希尔伯特就是一个反例。其实不然，因为——如正文所述——希尔伯特的研究是建立在来自爱因斯坦的许多框架性观点之上的，从而至多只是在我们将要讨论的推导方程这一环节上独立于爱因斯坦，而并非在整个引力理论的研究上都独立。

必然的。当然，历史只有一次，我的这种看法只能聊作谈资而已。

在结束对希尔伯特那篇论文的介绍之前，还有一点我愿评述一下，那就是一些人（包括爱因斯坦）在评论希尔伯特的理论时，往往会指出该理论不如爱因斯坦的理论来得普遍，理由是希尔伯特采信了建立在电磁观之上的米理论，从而使得物质场被局限于电磁场，丧失了普遍性。与之相比，爱因斯坦在 1915 年 11 月 25 日首次得到正确的场方程时，在论文中明确表示：“除了要求它导出守恒定律外，我们无需对物质场的能量张量作出其它假设”。这一评论所涉及的基本事实当然是无可辩驳的，希尔伯特确实对米理论表现出了显著青睐，甚至不惜以米的名字来命名公理。不过，我们也应当看到，将引力理论中的物质场限定为电磁场，甚至特指为米理论，更多地只是一种观念性的限制。希尔伯特的论文从理论框架上讲其实是相当普遍的，米理论虽然在公理中被提及，实质地位却是可有可无的，只要将作用量 $K + L$ 中的物质场部分 L 由仅仅描述米理论中的电磁场推广为一般的物质场，希尔伯特的理论框架无需任何修改就可以适用于更广泛的情形。不仅如此，希尔伯特的理论框架还首次给出了能量动量张量的一个全新的表达式： $T_{\mu\nu} = (1/\sqrt{g}) \partial(\sqrt{g} L) / \partial g^{\mu\nu}$ 。这个表达式用泡利的话说，是“只有在广义相对论中才变得显而易见的”。这个表达式自动保证了能量动量张量的对称性，从而有着独特的优越性。

当我们如今来回顾希尔伯特的理论时，出于尽可能精确地还原历史的目的，虽然毫无疑问地需要指出他曾经青睐过米理论，并将之列公理这一事实，但却不应由此而忽视他的理论所具有的框架意义上的普适性。在历史上，理论的框架比创始者所设想的更为宏大的情形并不鲜见，比如 1954 年杨振宁（Chen Ning Yang, 1922-）和米尔斯（Robert Mills, 1927-1999）在提出著名的杨-米尔斯理论（Yang-Mills theory）时，就曾错误地将理论中的规范变化设定为同位旋（isospin）变换，但这种历史性的错误并不能遮蔽他们理论所具有的框架意义上的普适性，也并不妨碍我们将提出非阿贝尔规范理论（non-Abelian gauge theory）的荣誉归于他们。同样，对希尔伯特当年的论文，我们也不应该由于他所具有的观念上的局限性或错误，而减少应该归于他的荣誉——虽然希尔伯特的荣誉库早就“不差钱”了。

以上就是对希尔伯特那篇论文的已不太简短的简短介绍，现在回到我们的主题上来，即究竟谁最先提出了广义相对论场方程？或者更明确地说，希尔伯特是否先于爱因斯坦提出了广义相对论场方程？这可能是希尔伯特那篇遭受冷遇的论文中后世史学家们关心和讨论得最多的问题。这个问题除了关系到谁最先提出广义相对论场方程外，还可以引发一些其它的可能性，比如爱因斯坦在提出场方程的

过程中，是否有可能受到过希尔伯特的启发？甚至是否有可能“借鉴”了希尔伯特的场方程（假如确实是后者先问世的话）？那样的可能性后来也确实被某些史学家提了出来，并引发了争议乃至风波——这些我们将在后文中提及。

四. 早期研究简述

接下来，我们简单提一下在这一课题上的早期研究。这一课题在早期虽不曾有过显著争论，但人们的看法起初也并不是完全一致的，比如洛伦兹就曾认为希尔伯特的工作只是用变分原理对爱因斯坦的工作做了重新表述而已。不过这些歧见在二十世纪七十年代出现了统一的势头。这势头的出现也许首先要归功于梅拉。如前所述，1974 年，梅拉因受维格纳的垂询而对这一课题进行了研究，并发表了《爱因斯坦、希尔伯特与引力理论》这一著作。不过，梅拉的研究虽缘起于维格纳对细节的垂询，视野却比较宏观，较少辨析历史细节，而更多地着眼于对广义相对论的历史，尤其是对希尔伯特所采用的思想方法及其来龙去脉进行整体阐述上。在梅拉之后，1978 年，科学哲学家厄尔曼（John Earman, 1942-）与格里莫尔（Clark Glymour）也涉猎了这一领域，发表了一篇题为“爱因斯坦与希尔伯特：广义相对论历史上的两个月”（Einstein and Hilbert: Two Months in the History of General Relativity）的文章。由于当时希尔伯特与爱因斯坦的通信已被公布，因此厄尔曼与格里莫尔的文章包含了一些辨析性的内容。不过，侧重点和风格虽各有所异，那两组研究的结论是大体相同的，那就是基本肯定了希尔伯特先于爱因斯坦得到了广义相对论场方程。另外，那两组研究也肯定了希尔伯特与爱因斯坦在提出场方程的过程中虽有过交流，基本工作仍是彼此独立的。1982 年，荷兰裔美国物理学家派斯（Abraham Pais, 1918-2000）在其颇具影响力的爱因斯坦传记《上帝是微妙的》（Subtle is the Lord）中也做出了大体相同的判断，即：“爱因斯坦是广义相对论物理理论的唯一提出者，基本方程式的发现则应同时归功于他和希尔伯特”。

这些研究为早期的分歧作了“煞尾”。

但这种“煞尾”只维持了不太长的时间。1997 年，以色列特拉维夫大学（Tel-Aviv University）的科里（Leo Corry）、德国普朗克科学史研究所（Max Planck Institute for the History of Science）的雷恩（Jürgen Renn）以及美国波士顿大学（Boston University）的施塔赫尔（John Stachel）一同在著名学术刊物《科学》（Science）上发表了一篇短文，标题为“希尔伯特—爱因斯坦优先权纠纷的迟到的裁决”（Belated Decision in the Hilbert-Einstein Priority Dispute）。这篇短文以一份从哥廷根档案馆得到的希尔伯特的论文校样为依据，将

这一已尘封多年、堪称冷僻的陈年往事重新翻开了来，并引发了极大的争议。

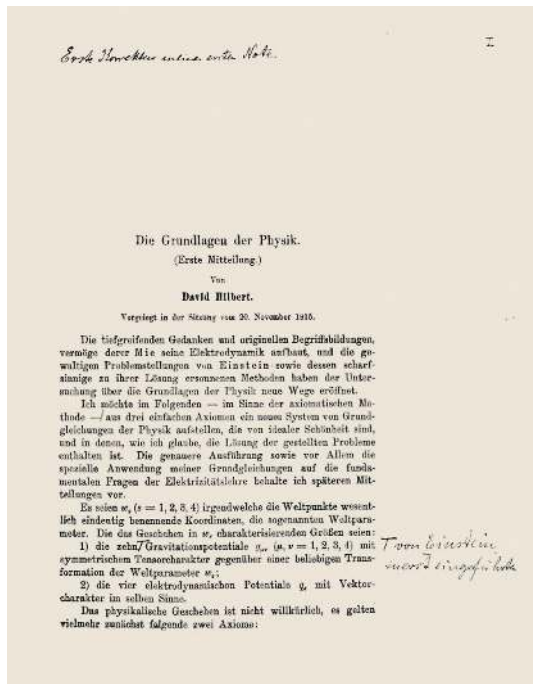
五. 校样风波

科里等人所得到的希尔伯特论文校样与发表稿一样，标注了曾在1915年11月20日的会议上作过报告。除此之外，它还带有一个打印日期：1915年12月6日，以及希尔伯特手注的说明“第一遍校样”（参阅下图），从而是一份比发表稿更早的文件。这一文件的发现，在一定程度上填补了研究这一课题所面临的早期文献空白。

通过对校样的研究，科里等人发现了希尔伯特在撰写发表稿过程中所做的若干修改，其中既包括逻辑结构的调整，

注 2.1

希尔伯特论文校样所包含的第三条公理被称为“时空公理” (axiom of space and time)，它将时空坐标限定为使能量守恒定律成立的坐标。科里等人认为这一公理的使用表明希尔伯特1915年11月20日的报告曾受到爱因斯坦早期观点的影响，认为广义协变性无法普遍成立，从而需要对时空坐标附加额外限定。这一解读后来受到了其他人的质疑，因与本文主题关系不大，就不详述了。希尔伯特本人在给克莱因的信中表示，在发表稿中舍弃这一公理乃是因为它“不够成熟”。



希尔伯特论文校样的第1页

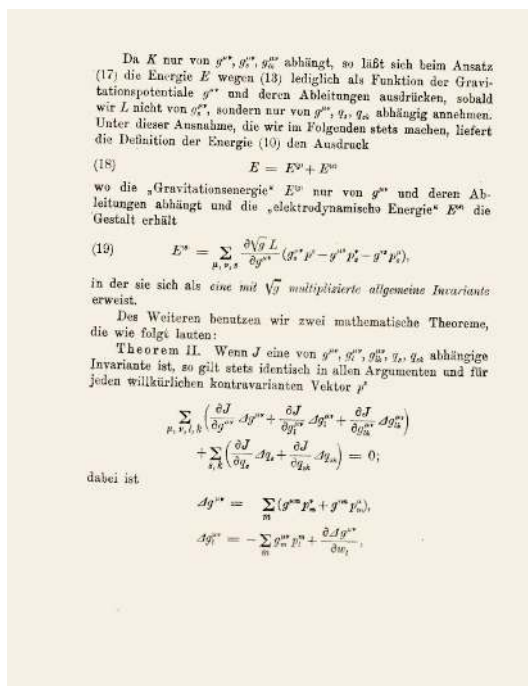
比如校样包含三条公理^[注2.1]，而发表稿——如“第三节”所述——只含两条；也包括文字表述的修正，比如在首次提到表示引力势的度规张量时，手写加注了“由爱因斯坦最早引入的”这一说明。这些修改的存在，表明希尔伯特论文的发表稿与1915年11月20日的报告是有差异的，而早期研究将两者混为一谈的做法则是缺陷的。

问题是：缺陷大到什么程度？

对此，科里等人做出了一个他们称之为“迟到的裁决”的有一定颠覆性的结论，那就是希尔伯特并未先于爱因斯坦提出广义相对论场方程。具体地说，科里等人发现在希尔伯特的论文校样中，只包含了我们在“第三节”中提到的两条物理结果中的第一条——即引力理论的作用量为 $K + L$ ，以及引力场方程可以通过对度规张量做变分而得到这一泛泛说明，却没有包含第二条——即引力场方程的具体形式。

以这一发现为基础，外加对另一处细节的分析（参阅^[注2.8]），科里等人还提出了一个更具颠覆性的观点，那就是在希尔伯特提出广义相对论场方程的过程中，有可能“借鉴”过爱因斯坦的场方程。这样，他们就不仅逆转了希尔伯特与爱因斯坦得到广义相对论场方程的时间顺序，还冲击了早期研究中一致认定的希尔伯特与爱因斯坦彼此独立地得到广义相对论场方程的结论，从而在史学界引起了极大的争议。

颠覆性结论引发极大的争议乃是常见现象，本不足为



希尔伯特论文校样的第8页

奇。不过，这场有关希尔伯特与广义相对论场方程的争议却有一个奇特之处，那就是它的切入点出现在了几乎没人猜得到的地方。用旁观者的眼光来看，科里等人的研究中有一样东西堪称铁证，那就是希尔伯特的论文校样，这也是他们整篇文章的核心证据。但出人意料的是，争议的切入点居然就出现在了这核心证据上，并演变成了一场风波！

科里等人的短文发表后的第二年（1998 年），加州理工学院（California Institute of Technology）的爱因斯坦文献专家索尔（Tilman Sauer）发表了一篇题为“发现的相对性：希尔伯特关于物理学基础的第一份笔记”（The Relativity of Discovery: Hilbert's First Note on the Foundations of Physics）的文章。在这篇文章中，他披露了一个令人吃惊的事实，那就是希尔伯特论文校样的第 7、8 两页（那是同一页的正反面）的上方有一部分是缺失的（参阅上页图），而对引力场的作用量或场方程的叙述——如果有的话——恰好位于第 8 页的缺失部分中！

这情节简直赶上武侠小说了——在古龙小说《陆小凤传奇之金鹏王朝》中陆小凤怀疑有人冒充大金鹏王，判断的方法是查验脚趾，因为真的大金鹏王是六趾。但当陆小凤揭开了盖在大金鹏王腿上的毯子时，发现他的双腿是锯掉的！

索尔虽披露了这一缺失，却未作发挥，只简单地假定为是希尔伯特本人为了“偷懒”将之裁贴到了其它地方以节省时间^[注 2.2]。但几年之后，这一缺失却不仅引发争议，而且演变成了风波。2003 年，美国内华达大学（University of Nevada）的物理学教授温特伯格（Friedwardt Winterberg）发表了一篇题为“论‘希尔伯特 - 爱因斯坦优先权纠纷的迟到的裁决’”的文章，对科里等人的短文进行了严厉驳斥，并对希尔伯特论文校样中的缺失作了阴谋论解读，认为缺失乃是近期发生的蓄意行为，目的是抹杀希尔伯特对广义相对论的贡献。这一阴谋论解读得到了另外几位作者的响应，比如美国作者毕尔克尼斯（Christopher Bjerknes）和德国作者沃恩茨（Daniela Wuensch）在分别于 2003 年和 2005 年出版的书中，对这一“阴谋”进行了详细剖析，甚至像福尔摩斯还原犯罪过程一样，“还原”了“阴谋”的各个环节，其中包括采用何种工具，以何种方式裁去文字，其间犯过何种错误，采取过何种补救措施等。他们甚至详细“还原”了“作案者”的心理活动。

这些阴谋论解读因细节丰富到了可笑的地步，就不在这里重复了。它们的致命伤不仅在于缺乏与细节相匹配的证

注 2.2

这一说法并非全无依据，因为希尔伯特曾做过类似事情，即从一篇文稿中裁去一部分内容，贴到其它地方以节省时间。

据，更在于无法解释“作案动机”，即为何有人甘冒身败名裂的风险来对希尔伯特的论文校样做手脚？阴谋论者认为那是为了提出如科里等人所提出的那种颠覆性的观点。但事实上，且不说在这一冷僻领域中提出颠覆性观点的收益与身败名裂的巨大风险根本就不成比例，即便真想提出颠覆性观点，也完全没必要做那样的手脚。因为在对缺失部分的篇幅及上下文的内容进行分析之后，史学界已提出了极强的分析理由，表明缺失部分只包含引力理论的作用量，而不包含引力场方程。这首先是因为引入后者及相关说明所需的额外篇幅绝非缺失部分所能容纳（发表稿中相应内容的篇幅也印证了这一点）；其次还因为在后文提到缺失部分中的公式时，表示由它对度规张量做变分可得到引力场方程，这说明缺失部分包含的是作用量，而不是场方程（发表稿同样印证了这一点，引力场方程是在作出上述表示之后才给出的）。这一方面说明科里等人的核心证据虽一度成为争议的切入点，由铁证蜕变成了分析证据，实质内容却并无问题；另一方面也说明提出如科里等人所提出的那种颠覆性观点，根本就无需对校样作手脚^[注 2.3]。此外，还有一点对阴谋论者很不利，那就是除无需对校样作手脚的科里等人外，这一领域并无其他人提出过类似的颠覆性观点（因此阴谋论的影射对象是极为鲜明的），从而根本找不到能从“阴谋”中获益的“作案者”，阴谋论的荒谬也就不言而喻了。

另外有一点需要指出的是，阴谋论者在驳斥科里等人

注 2.3

不过，科里等人的短文只字不提校样中的缺失，依然是一件奇怪的事情。有些史学家猜测科里等人撰写论文时校样仍是完整的。但毕尔克尼斯声称自己曾写信向作者之一的施塔赫尔求证过，后者表示之所以未提校样中的缺失，乃是因为那篇短文只是一份不完整的初步报告（施塔赫尔等人在 2002 年确实发表过更详细的文章，其中提到了校样中的缺失）。这一信息如果可靠，则表明科里等人撰写短文时校样中的缺失已经存在，而他们以陈述事实的语气来陈述校样中不含引力场方程这一需分析才能得到的结论就显得难以理解。施塔赫尔的回答，即那篇短文只是一份不完整的初步报告，也并不能自圆其说（比如毕尔克尼斯就指出该回答与短文标题中的“迟到的裁决”那样的强势用语不相吻合）。但奇怪归奇怪，这件事情无论如何上升不到阴谋论的高度（因为科里等人的短文根本无需“阴谋”来作后盾）。

注 2.4

阴谋论者中的有些人原本就对爱因斯坦持有很负面的看法。比如毕尔克尼斯早在 2002 年就出版过一本书，书名为《爱因斯坦：无可救药的剽窃者》（Albert Einstein: The Incurable Plagiarist）。说到毕尔克尼斯，还有必要提到这样一点，那就是此人持有一些通常由妄想家持有的观念，比如认为人类正受到共济会（Freemasonry）等组织的威胁，而他自己的知识是拯救人类所必需的。

时，自己也提出了一个颠覆性观点，那就是明示或暗示爱因斯坦在提出广义相对论场方程的过程中，有可能“借鉴”过希尔伯特的场方程^[注2.4]。这一观点与科里等人的恰好相反，却同样冲击了早期研究中一致认定的希尔伯特与爱因斯坦彼此独立地得到广义相对论场方程的结论。这一对“互为镜像”的颠覆性观点，我们将在后文中加以讨论。

阴谋论提出后，被作为影射对象的科里等人在普朗克科学史研究所（即作者之一的雷恩所在的研究所）发表了一份针对温特伯格的措辞激烈的答复，不仅指责温特伯格的文字风格偏执（paranoid），而且将其观点与昔日纳粹德国的反相对论运动联系起来，指控其试图重回纳粹时代反“犹太物理学”的老路。至此，争议演变成了风波。科里等人的这份答复因涉嫌人身攻击而遭到温特伯格的抗议，后来被普朗克科学史研究所“和谐”掉了，取而代之的是一份以研究所名义发表的对双方争议保持中立的声明。

由希尔伯特的论文校样引发的风波就介绍到这里，其基本结论是，希尔伯特的论文校样只包含引力理论的作用量，而不包含引力场方程。

六. 信件辨析

由科里等人的短文引发的争议中，虽出现了荒谬的阴谋论和令人遗憾的人身攻击，却也涉及了一些细节性的辨析，且引起了不少认真讨论。接下来我们就对细节性辨析作一些介绍。

细节性辨析主要集中在对几封信件的解读上。其中第一封是1915年11月18日爱因斯坦给希尔伯特的信。这封信的背景是：希尔伯特于11月13日写信邀请爱因斯坦出席自己的报告，并表示该报告将对爱因斯坦提出的“大问题”（great problem）给出一个与爱因斯坦完全不同的公理化解

答；爱因斯坦于11月15日回信以胃痛和疲惫为由婉拒；11月16日，希尔伯特给爱因斯坦发了一张如今已遗失了的明信片。爱因斯坦11月18日的信就是对该明信片的回复，其中包含这样的文字：

您给出的体系——就我所见——与我最近几个星期发现并向科学院报告过的完全一致。困难之处并不在于找到 $g_{\mu\nu}$ 所满足的广义协变方程，因为这可以在黎曼张量的帮助下很容易地得到，而是在于证明那些方程是一种推广，即对牛顿定律的简单而自然的推广。

针对希尔伯特表示自己的解答与爱因斯坦完全不同这一点，爱因斯坦这段文字有明显的宣示优先权并强调（自己的）物理重于（希尔伯特的）数学的意味。这段文字很早就引起过关注，但自科里等人用希尔伯特的论文校样推翻了原先基于发表稿作出的“希尔伯特先于爱因斯坦提出广义相对论场方程”的结论之后，这段文字有了更重要的地位，被一些人视为了希尔伯特曾在11月16日的明信片中给出过广义相对论场方程的间接证据（因为否则的话，爱因斯坦所说的“完全一致”就失去了比较对象）。由于明信片比论文校样更早，假如它包含了场方程，那么希尔伯特就依然是先于爱因斯坦得到了广义相对论场方程。比如温特伯格就表示爱因斯坦的这段文字“证明了希尔伯特先于爱因斯坦得到了正确的场方程”；沃恩茨则以这段文字为由，用肯定的语气列举了希尔伯特明信片的内容，其中包括场方程。

但细究起来，事情却又不那么简单，因为爱因斯坦写下这段文字时他自己尚未得到正确的场方程。他当时以为正确的乃是一星期前（11月11日）发表的题为“关于广义相对论（补遗）”[On the General Theory of Relativity (Addendum)]的短文中提出的错误方程： $R_{\mu\nu} = -\kappa T_{\mu\nu}$ ，它与正确方程之间相差一个正比于曲率标量的项： $-\frac{1}{2}g_{\mu\nu}R$ ^[注2.5]。这就产生了一个问题：既然爱因斯坦尚未得到正确的场方程，那么他所说的“完全一致”究竟是什么意思呢？对此，有人提出，是因为爱因斯坦当时正处于——用他自己的话说——“一生中最激动、最紧张的时期之一”，没时间仔细推敲希尔伯特的场方程，从而误以为它与自己的（错误的）场方程相一致。至于这种“误以为”的根源，有人认为是单纯的粗心大意，即漏看了希尔伯特的（正确的）场方程所多出来的 $-\frac{1}{2}g_{\mu\nu}R$

注 2.5

不难证明， $-\frac{1}{2}g_{\mu\nu}R$ 在能量动量张量的迹 $T=0$ 时为零，因此爱因斯坦的场方程在一般情形下虽是错误的，在 $T=0$ 时却成立。这一点爱因斯坦自己也有所察觉，因为他发现自己的场方程在 $T \neq 0$ 时会出现问题（无法满足能量动量守恒）。为避免这一问题，他破天荒地短暂接受了电磁观（因为电磁场的能量动量张量满足 $T=0$ ，而电磁观意味着物质起源于电磁，从而保证了物质场的能量动量张量也满足 $T=0$ ）。另外要指出的是，这一错误场方程其实三年前就由爱因斯坦与格罗斯曼（Marcel Grossmann）一同提出过，只是因为计算牛顿极限时出现错误而遭到了放弃（这是爱因斯坦犯低级错误的一个例子）。爱因斯坦在11月18日的信中特意强调了这一点（目的也许是巩固优先权），从而证实了他信中所指的自己的场方程乃是这一错误方程。

注 2.6

从逻辑上讲还有一种可能性，那就是希尔伯特在明信片中给出了一个跟爱因斯坦错得一模一样的场方程。不过，由于希尔伯特的任何文稿中都从未出现过那样的错误方程，其理论体系中也看不到出现这种错误的温床，忽略这一可能性是有较充足的理由的。

项；也有人认为是爱因斯坦注意到了 $-\frac{1}{2}g_{\mu\nu}R$ 项在能量动量张量的迹 $T=0$ 时为零，而他当时恰好短暂地接受了能保证 $T=0$ 的电磁观（参阅 [注 2.5]），从而认为该项的有无并不重要 [注 2.6]。

这后一种猜测不无道理，在早期研究中也确实是对爱因斯坦所说的“完全一致”的合理解释。但希尔伯特论文校样的发现却为这一猜测带来了疑问，因为这一猜测假定了希尔伯特在 11 月 16 日的明信片给出过场方程。如果那样的话，为什么在比明信片稍晚的论文校样中反而没有场方程呢？对此，有人认为是场方程在希尔伯特心中没什么重要性。但这种说法是没有说服力的，因为希尔伯特若果真认为场方程没什么重要性，又怎会在小小的明信片中都不忘记写上呢？这些问题的存在，使得“明信片包含场方程”这一假定陷入了窘境。如果小结一下的话，那么这一假定的有利之处是可以解释爱因斯坦回信中的“完全一致”这一说法，不利之处则是无法解释论文校样不包含场方程。两者相比，不利之处显得更为突出，因为对“完全一致”这一说法可以有多种解释（下面将给出另外一种），而且基于“明信片包含场方程”这一假定所做的解释虽不无道理，却也仅仅是不无道理而已；而论文校样不包含场方程这一点在“明信片包含场方程”的假定下却几乎不存在合理解释（尤其是从时间上讲，该明信片应该是对论文校样的概述，从而更不可能包含超乎后者的内容）。因此，“明信片包含场方程”这一假定虽被一些人寄予厚望，可靠性却并不高。

那么，希尔伯特的明信片究竟包含什么呢？从上面的分析来看，更有可能的只是引力理论的作用量，以及引力场方程可以通过对度规张量做变分而得到这一泛泛说明，而并不包含场方程。这不仅与论文校样相一致，而且也同样有可能解释“完全一致”这一说法。因为引力场的作用量对 $g^{\mu\nu}$ 的变分，若没时间推敲的话，是有可能被误认为或错算成 $R_{\mu\nu}$ ，从而与爱因斯坦的（错误的）场方程相一致的（事实上，除去无贡献的全微分项，作用量密度 R 的变分所给出的恰好是 $R_{\mu\nu}$ ， $-\frac{1}{2}g_{\mu\nu}R$ 则来自不变体积元中 $\sqrt{g}$ 的变分）。而且爱因斯坦当时甚至认为自己的（错误的）场方程是“唯一可能的广义协变方程”（他在 11 月 18 日的信中就强调了这一点），从而还有可能仅凭两者都广义协变这一特点就粗略地判断两者一致。当然，有人也许会说：这种低级错误是爱因斯坦有可能犯的吗？对此当然谁也不敢肯定。高手虽然会犯低级错误（关于爱因斯坦犯低级错误的一个例子，参阅 [注 2.5]），但没有铁证谁也不敢肯定某个特定的低级错误是高手犯的，而只能猜测，这是此类历史探究所无法避免的不确定性。但上述可能性比起爱因斯坦漏看希尔伯特场方程中的 $-\frac{1}{2}g_{\mu\nu}R$ 项来，恐怕还是大得多的可能性。另外，在我看来还有一个未被其他作者注意到的理由，可以支持希尔伯

特的明信片不包含场方程这一结论，感兴趣的读者可以参阅 [注 2.10]。

另一封引起广泛讨论的信件则是爱因斯坦 1915 年 11 月 26 日（即得到他自己的正确场方程的第二天）给好友仓格尔（Heinrich Zangger）的信，其中包含这样的文字：

这一理论的美丽是无可比拟的，然而只有一位同事真正理解了它，而他正以一种聪明的方式试图“分享”它（亚伯拉罕的表述）。在我的个人经历中，从未有比这一理论及相关一切所遭遇的更好地让我见识到了人性的卑劣。

这封信转译自《爱因斯坦全集》（The Collected Papers of Albert Einstein）的英译部分，其中“分享”一词来自英译 partake（德文原词为 nostrifizieren，另一种常用的英译为 nostrify，含义为“吸纳”），对该词的引号来自原文。“亚伯拉罕的表述”是指德国大学将其它大学的学位“吸纳”为自己学位的做法，其中的“亚伯拉罕”是指经典电子论的代表人物、德国物理学家亚伯拉罕（Max Abraham）。“卑劣”一词则来自英译 wretchedness。撇开可能因翻译而受损的精微词义不论，关于这段文字，有两点是史学界公认的：一是“一位同事”指的是希尔伯特（对“一位”的着重来自原文）；二是这段文字有抱怨希尔伯特抢夺荣誉之意。除这封信外，爱因斯坦 1915 年 11 月 30 日给好友贝索（Michael Besso）也写了一封信，其中提到“我的同事在此事中表现得很丑恶”（“丑恶”一词来自英译 hideously），也印证了上述抱怨。

这些信也被一些人解读为希尔伯特先于爱因斯坦得到广义相对论场方程的证据，比如德国康斯坦茨大学（University of Konstanz）的物理学教授艾伯纳（Dieter W. Ebner）在 2006 年发表的文章“希尔伯特如何先于爱因斯坦发现爱因斯坦方程及对希尔伯特校样的伪造”（How Hilbert has found the Einstein equations before Einstein and forgeries of Hilbert's page proofs）中就这样解释爱因斯坦的愤怒：“他必定对自己为解决‘大问题’工作了八年，而希尔伯特只用几个星期就先于他优雅地找到答案感到非常愤怒。爱因斯坦的愤怒表明希尔伯特 11 月 16 日的明信片对他有过显著帮助。”这种解释的逻辑是：倘若希尔伯特没有先于爱因斯坦得到广义相对论场方程，爱因斯坦就不会如此愤怒，因此爱因斯坦的愤怒反证出了希尔伯特先于他得到广义相对论场方程。

这种解读的最大问题，除采信了希尔伯特明信片包含广义相对论场方程这一本身就并不可靠的假定外，还与世所公认的爱因斯坦人品有着巨大矛盾。因为假如这种解读成立，那么爱因斯坦就不仅“借鉴”了希尔伯特的场方程，而且还在给朋友的信中倒打一耙，反诬希尔伯特“丑恶”，

其人品可就不是一般的无耻了。在没有铁证之前，对世所公认的爱因斯坦人品做出如此颠覆性的推测，是极度草率的。因此，这种以爱因斯坦的抱怨信为依据反证希尔伯特先于爱因斯坦得到广义相对论场方程的做法，是非常可疑的。相反，如果我们认为世所公认的爱因斯坦的人品更有公信力的话，倒是恰恰应该由抱怨信推证出爱因斯坦不可能“借鉴”希尔伯特的场方程。

而更平和的说法也许是，无需对爱因斯坦的人品作任何极端假设，就有很多理由可以解释爱因斯坦为什么会写下那样的抱怨信。比如前面提到的误以为希尔伯特的体系与他自己的“完全一致”（如前所述，这并不意味着希尔伯特在明信片给出了场方程），就有可能对处于冲刺阶段的爱因斯坦造成极大的危机感和恼怒感，因为那意味着希尔伯特这位听了他的几次报告后半路杀出的竞争者有可能分享优先权。某些传记作者喜欢渲染爱因斯坦对名利的超脱，其实爱因斯坦起码对广义相对论的优先权是非常在乎的，别说希尔伯特，就连对昔日的“亲密战友”格罗斯曼的贡献，他也曾在1915年7月15日给索末菲的信中近乎冷酷地表示：“格罗斯曼永远无法宣称是[广义相对论的]共同发现者，他只是在数学文献方面引导过我，而对结果没有任何重要贡献。”^[注2.7]对格罗斯曼尚且如此，希尔伯特这样一个“陌生人”分享优先权的可能性，自然不会让爱因斯坦开心，在给朋友的信中有所流露也就不足为奇。他信中的措辞虽然严苛，但与对格罗斯曼的评价相比，考虑到彼此关系的亲疏之别，并不能算出格。而且他不仅隐去了希尔伯特的名字，所选择的倾诉对象也都是圈外人士（仓格尔是法医学教授，贝索是专利局职员）。更何况，他当时恐怕不会想到自己四年后会成为每封私信都被人细细推敲的公众人物。将这些因素综合起来，那两封抱怨信并没有什么不可理解的地方，需要靠颠覆爱因斯坦的人品，及采信希尔伯特明信片包含广义相对论场方程那样的假定才能解释。

以上就是对受到较多关注的爱因斯坦信件的分析，其基本结论是：爱因斯坦的信件并不构成对“希尔伯特先于爱因斯坦提出广义相对论场方程”的有效支持。

注2.7

爱因斯坦在晚年时对格罗斯曼表示出了更多的感激。比如1936年格罗斯曼去世后，爱因斯坦在给格罗斯曼遗孀的信中表示“感谢他（格罗斯曼）和他父亲的帮助，……要不然，即使未必死去，我也会在智力上被摧毁了。”而在爱因斯坦自己去世前一个月所撰的回忆中，他则写道：“我需要在自己在世时至少再有一次机会来表达我对格罗斯曼的感激之情”。不过，即使在这些表示中，他也没有在广义相对论的贡献上给予格罗斯曼更高的评价。

七.“借鉴”之争

在前文中，我们多次触及了希尔伯特与爱因斯坦是否彼此独立地得到广义相对论场方程的问题。这个问题在早期研究中曾有过肯定答案，但在科里等人的短文发表后却出现了两种针锋相对的否定看法：一种是认为希尔伯特有可能“借鉴”了爱因斯坦的场方程；另一种则认为爱因斯坦有可能“借鉴”了希尔伯特的场方程。下面我们就对这两种观点做一些介绍与分析。

认为希尔伯特有可能“借鉴”了爱因斯坦场方程的人从某种意义上讲，是早期就有过的诸如“希尔伯特的工作只是用变分原理对爱因斯坦的工作作了重新表述”（参阅第四节）之类泛泛看法的延续。只不过利用希尔伯特的论文校样不包含引力场方程这一新证据，具体提出了希尔伯特在看到爱因斯坦11月25日的论文之后才添加场方程，且添加过程“借鉴”了爱因斯坦场方程的观点。这种观点的前半部分从现有资料来看是成立的，因为希尔伯特的论文确实是在校样之后才添加场方程的，不仅时间上晚于爱因斯坦11月25日的论文，而且还援引了后者，从而表明希尔伯特看过爱因斯坦11月25日的论文（以希尔伯特当时对引力理论的关注，这是显而易见的）。在这种情况下，希尔伯特确实有可能因受到爱因斯坦11月25日论文的影响，而对自己的论文作出调整。不过，认为希尔伯特在添加场方程的过程中“借鉴”了爱因斯坦的场方程，却仍是缺乏依据的。

在说明这一点之前，让我们稍稍离题一下，先介绍另一个本身也值得一提的争议。科里等人的短文发表之后，有人提出了这样一个观点，那就是希尔伯特既然给出了广义相对论的作用量，就应该算是给出了场方程，因为后者不过是前者的变分而已，而且那变分用某些持这一见解的人的话说，乃是“普通研究生就能完成的常规练习”。这个说法有道理吗？应该说既有道理又没道理。说它有道理，是因为作用量确实可以算是间接确定了场方程，而变分计算也确实不是很困难的问题；说它没道理，则是因为如今很简单的东西在初次探索时未必简单。比如广义相对论的牛顿极限如今正是“普通研究生就能完成的常规练习”，当年却让爱因斯坦和格罗斯曼栽了跟斗（参阅[注2.5]）。广义相对论中的变分计算也是如此，起码在当年绝非是“普通研究生就能完成的常规练习”（参阅[注2.10]）。另外，对广义相对论来说，场方程是一切物理计算的基础，重要性远高于作用量，这一点与现代读者所熟悉的量子场论之类以作用量为核心的理论完全不同。因此，在广义相对论的场方程尚未被提出之时，将它的提出归附于作用量的提出是很不恰当的。

现在回到希尔伯特对场方程的推导上来，这一推导实质上就是计算变分。如上所述，这在当年绝非是“普通研究生就能完成的常规练习”。但尽管如此，要说像希尔伯特那样的数学大师在决定由变分原理推导场方程时，会要“借鉴”爱因斯坦的场方程，却是令人难以置信的。而且，爱因斯坦在短短一个月的时间里就提出了好几种不同的场方程，我们这些事后诸葛亮虽然知道 11 月 25 日那个是正确的，对当年的希尔伯特来说却未必显而易见，他又怎会将自己的荣誉压在上面，“借鉴”其结果而不亲自计算变分呢？不仅如此，爱因斯坦对正确场方程的推导——如第三节所提到，并即将介绍的——有一定的“歪打正着”的意味，与希尔伯特对严密性的要求相距甚远，极不可能使他萌生“借鉴”之意。因此，希尔伯特得到广义相对论场方程的时间虽晚于爱因斯坦，说他“借鉴”爱因斯坦的场方程却是缺乏依据的 [注 2.8]。

认为爱因斯坦有可能“借鉴”希尔伯特场方程这一观点则基本上是近年才出现的。在早期，哪怕是曾经显著贬低过爱因斯坦狭义相对论贡献的英国数学家惠特克 (Edmund Whittaker)，在其 1953 年出版的《以太和电学的历史》(A History of the Theories of Aether and Electricity) 的第二卷中谈及广义相对论时，也不曾提出过那样的观点。持这一观点的人除了利用我们前面辨析过的那些信件外，还提出了一个理由，那就是爱因斯坦给出正确的场方程时没有进行推导。前文提到过的艾伯纳·哥廷根大学的理论物理学家托德洛夫 (Ivan T. Todorov) 等人都持此见。但这种理由却是相当粗心的，因为事实上，爱因斯坦在给出正确的场方程时是进行了推导的，只不过那推导有一定的歪打正着之处。

粗略地说，爱因斯坦的推导是这样的：利用 $\sqrt{-g} = 1$ 这一他在那些年时常使用的简化条件，将真空场方程 $R_{\mu\nu} = 0$ 用一个被他称为引力场的“能量分量”(energy components) 的量 $t_{\mu\nu}$ 来改写，在改写的结果中出现了 $t_{\mu\nu}$

注 2.8

这里还有一个细节需要提一下，那就是希尔伯特论文的发表稿在给出场方程时写了这样一句话 (已改用现代记号)：“利用在由 $g^{\mu\nu}$ 及其一、二阶微商构成的量中， $R_{\mu\nu}$ 是除 $g_{\mu\nu}$ 之外唯一的二阶张量，以及 R 是唯一的不变量这一事实，无需计算就可得到”。这句话被科里等人视为是希尔伯特没有亲自计算变分，从而有可能“借鉴”爱因斯坦场方程的证据。应该说，这一看法不无道理，因为仅凭这句话是得不到场方程的，还必须辅以满足能量守恒的要求。但以此认定希尔伯特“借鉴”了爱因斯坦的场方程，比起正文所述的相反理由来，是仍显薄弱的，因为这有可能只是希尔伯特采取的一种在他看来更容易传递给读者的表述方式。很难想象在这种严肃论文中，崇尚严密性的希尔伯特会不进行严密的计算，而“借鉴”爱因斯坦那屡经变更且推导很不严密的场方程。

$-\frac{1}{2}g_{\mu\nu}t$ 这一组合。然后他假定物质场的能量动量张量 $T_{\mu\nu}$ 与引力场的“能量分量” $t_{\mu\nu}$ 应该以相同方式出现在理论中。这就导致了 $T_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}T$ 这一构成正确场方程 $R_{\mu\nu} = -k(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}T)$ 的关键组合 [注 2.9]。之所以说这一推导有一定的歪打正着之处，是因为引力场的“能量分量” $t_{\mu\nu}$ 并非张量，而物质场的能量动量张量 $T_{\mu\nu}$ 则是张量，假定两者以相同方式进入理论是没有充分依据的。爱因斯坦自己也在 1916 年 1 月 17 日给洛伦兹的信中承认：“基本表述终于正确了，但推导仍是糟糕的” [注 2.10]。确实，爱因斯坦直至 11 月 25 日为止的所有广义相对论论文在结构上都远不如希尔伯特的论文严整。但正是那种不严整，与他过去若干年中近乎于用试错法寻找场方程的努力一脉相承，从而深具“爱因斯坦特色”(这一点爱因斯坦自己也知道，并在给洛伦兹的那封信中表示“我那一系列有关引力的论文是一条错误足迹的链条”)。更何况，爱因斯坦“借鉴”希尔伯特场方程的前提是“希尔伯特先于爱因斯坦得到广义相对论场方程”，而如前所述，目前的证据并不支持这一前提。因此，认为爱因斯坦有可能“借鉴”希尔伯特的场方程也同样是缺乏依据的。

以上是对希尔伯特与爱因斯坦在推导场方程这一环节上是否相互“借鉴”的分析，其基本结论是：希尔伯特与爱因斯坦在推导广义相对论场方程这一环节上是相互独立的。

注 2.9

广义相对论场方程有两种常用的等价形式，爱因斯坦当时得到的是 $R_{\mu\nu} = -k(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}T)$ ，希尔伯特得到的则是 $R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = -kT_{\mu\nu}$ (两者形式上的差别来自推导方法的截然不同，从而本身也体现了两人在这一环节上的独立性)。需要指出的是，爱因斯坦对场方程的推导在 11 月 25 日的论文中写得很简略 ($t_{\mu\nu}$ 在该论文中被称为“能量张量”)，在 1916 年的长篇综述“广义相对论基础”中才详细给出 ($t_{\mu\nu}$ 的名称则改为了“能量分量”)。不过两篇论文的逻辑传承还是很明显的。

注 2.10

爱因斯坦给洛伦兹的这封信 (以及两天后的另一封信) 还有两个值得一提的地方：一个是在表示了“推导仍是糟糕的”之后，爱因斯坦开始叙述用作用量原理表述理论的尝试。这一点似乎间接证明了希尔伯特在 11 月 16 日的明信片并未给出场方程。因为否则的话，爱因斯坦写信时由于已得到了正确的场方程，从而也应该已经意识到正确的场方程才与希尔伯特的相一致，以及希尔伯特的作用量是正确的 (因为希尔伯特的场方程来自作用量)。但爱因斯坦给洛伦兹的这封信却丝毫没有显示出这种知识。另一个是他表示自己没有计算作用量对 $g^{\mu\nu}$ 的变分，因为那太复杂。这说明此类计算在当时绝非是“普通研究生就能完成的常规练习”(参阅第七节)。

八. 尾声

至此，本文就接近尾声了。由希尔伯特论文校样激起的争议也许还不能算是尘埃落定，但倘若没有新的原始资料被发现，那么透过飞扬的尘土我们已可大致窥见结果。总体来说，与早期研究相比，以较高可信度被改变的结论只有一个，那就是希尔伯特并未先于爱因斯坦得到广义相对论场方程。早期研究中的其它结论，比如希尔伯特与爱因斯坦在推导广义相对论场方程这一环节上是彼此独立的，则虽有新争议，却不足以推翻早期结论；而“爱因斯坦是广义相对论物理理论的唯一提出者”（派斯语）则更是无可撼动。

如果考虑到一些人提出的“给出了广义相对论的作用量，就应该算是给出了场方程”这一并未完全没有道理的观点，对那段历史中的优先权部分也许可以作这样一个无争议的表述：希尔伯特最先得到了广义相对论的作用量。有意思的是，对这段历史的研究虽不无波折，学术界对若干术语的命名却似乎早就预见到了结果：广义相对论的场方程通常被称为爱因斯坦场方程（Einstein field equations），而作用量则被称为爱因斯坦-希尔伯特（或希尔伯特-爱因斯坦）作用量（最先得到作用量的虽是希尔伯特，爱因斯坦作为整个理论的奠基者，享有共同“冠名权”应该不算过分）。

在本文的最后，让我们提一下那段历史对希尔伯特与爱因斯坦个人关系的影响，爱因斯坦的抱怨信可能会让某些读者为这两位大师级人物的关系捏一把汗，担心他们之间会出现李杨之争那样的局面。不过幸运的是，爱因斯坦的抱怨信虽折射出对优先权的敏感，他的整体人品与智慧终究还是让他摆脱了优先权之争的泥潭。而更值得称道的则是希尔伯特，他不仅在诸多场合公开承认广义相对论是爱因斯坦的理论，而且还在评选第三届波尔约奖（Bolyai Prize）时推荐了爱因斯坦，并提名使爱因斯坦当选了哥廷根数学学会（Göttingen Mathematical Society）的通讯会员（corresponding member）^[注 2.11]。1915 年 12 月 18 日，希尔伯特写信将当选消息告知了爱因斯坦。两天后，爱因斯坦给希尔伯特回了这样一封信^[注 2.12]：

感谢您友好地告知我当选了通讯会员。借此机会，我觉得有必要跟您说一件对我来说比这更重要的事情。我们之间近来有着某种我不愿分析其原因的不良感觉。我一直在努力抵御这种感觉带来的苦涩，并取得了完全的成功。我已在心中恢复了与您的往日友谊，并希望您也这样待我。两个已在

注 2.11

这里所说的“哥廷根数学学会”在文献中有多个英译名，甚至有可能就是第二节中提到过的“哥廷根皇家科学院”。

一定程度上将自己从这个肮脏世界中解脱出来的真正的研究者若不能彼此欣赏，那将是一种真正的耻辱。

让史学界争议了近一个世纪的话题在那两位睿智的当事人之间，就这样放下了。

他们都放下了，我们还放不下吗？就让这封信也成为本文的终结吧。

注 2.12

关于爱因斯坦写这封信的原因，除回复希尔伯特的友好来信外，有史学家认为还有可能是因为他在此之前已看到了更强调他的贡献、且援引他所有论文的希尔伯特论文的修改稿，从而情绪有所缓和。另外，这封信的口气似乎意味着两人之间的“不良感觉”已达到了彼此察觉的程度。派斯在《上帝是微妙的》一书中甚至转述了与爱因斯坦有过接触的美国物理学家斯特劳斯（Ernst G. Straus）提供的一条据说得自爱因斯坦的消息，声称那种“不良感觉”曾使希尔伯特给爱因斯坦写过辩解信，表示自己已不记得爱因斯坦的哥廷根演讲。这则消息在我看来有些八卦，因为很难相信希尔伯特会忘记由他亲自请来的爱因斯坦的哥廷根演讲，并以此为由进行辩解。那样的“辩解”不仅太过拙劣，而且只会火上浇油（因为那相当于进一步抹杀了爱因斯坦的贡献），完全不像希尔伯特的风格。