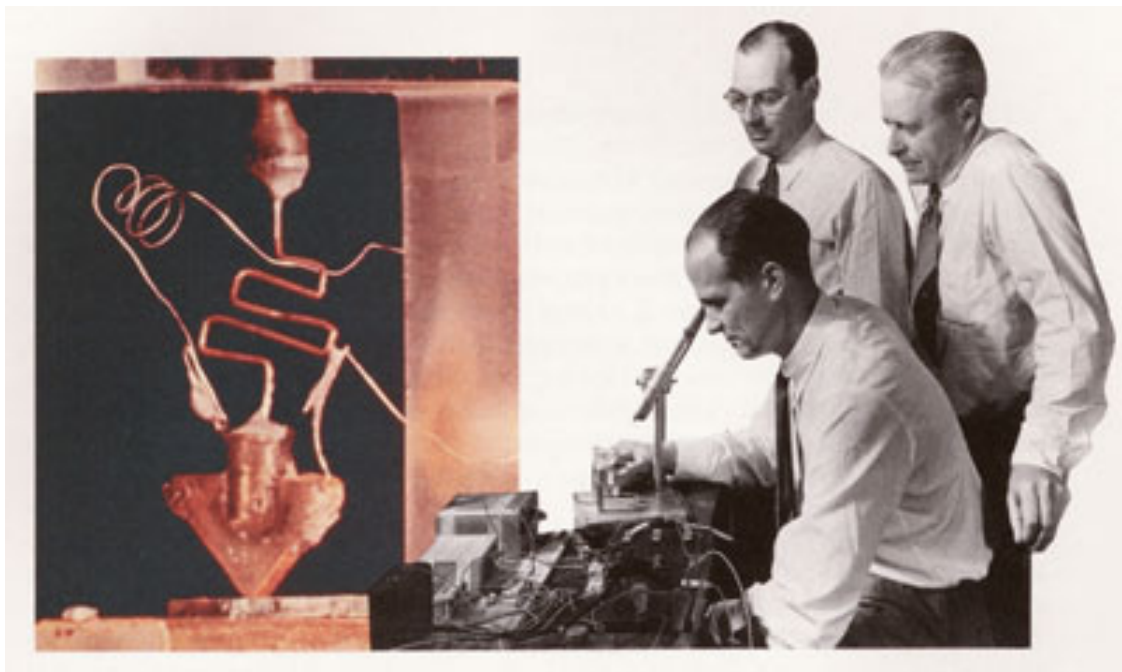


微博上的数学漫游 (连载四)

歌之忆 <http://weibo.com/wildmath>

柏拉图式的数学赋予我们以美的眼光去解读日月星辰，释疑声光电化。但真正的数学却并不耽于美、并不满足于只做自然的倾听者。正是那些看上去远离人间烟火、最具抽象华美质感的数学，创造出了今天的信息社会，构建出现代文明的技术基础。汲天地之精华而有了数学，取数学之精华成就了今天的技术世界。

信息时代的数学前奏



发明晶体管

■ 为庆祝瑞典国王的生日而举办的数学论文竞赛，引来了直觉和逻辑的精彩对阵。法国大数学家庞加莱的直觉，经过瑞典小将弗拉格门（Phragmén）在逻辑上的层层诘问，最终打通了通往混沌的道路。在这场逻辑与直觉的较量中，瑞典青年才俊弗拉格门从一名初创期刊的小编，成为被世人铭记的数学名家。

在弗拉格门的那个时代，数学家们所醉心的函数论，极尽抽象之能事，全然一副不食人间烟火的形象。很难把那样的数学与今天的技术世界联想到一起——我们拥有了拿起手机随时聊天的便利，我们随心所欲地在互联网上享受着虚拟人生。这个一切都被数字化的信息时代，正是靠最抽象的数学包括弗拉格门的理论，以其巨大的力量支撑起来的。



瑞典裔美国电信工程师奈奎斯特 (1889-1976)

美国的贝尔实验室为我们竖起了数字化世界的第一个里程碑。这是发明了晶体管和激光的实验室，是发明了 CCD 成像技术的实验室，是发明了 C/C++ 语言的实验室，也是创建了信息论的实验室。这个塑造了现代信息社会的实验室，迄今已经诞生了 7 位诺贝尔奖得主。

毕业于耶鲁的瑞典移民奈奎斯特（Nyquist）博士，无疑是贝尔实验室进军现代通信技术的先锋。要高效地传输信息，最好的办法是数字化。可是模拟信号如何才能对应到一串数列？你又如何能确保从数列复原出模拟信号？奈奎斯特指出了前提条件：对信号采样的速率，至少要达到信号最高频率两倍以上。

奈奎斯特提出的条件，早已经成为现今电子信息教科书的标准内容。要求信号的频率低于采样率的一半，这看似十分轻巧的一个条件，却像是一个巨大的幕布。而幕后究竟是地狱还是天堂，却十足耐人寻味。众人忽略了它，而真正思考信号结构的思想者，才嗅出这里面大有文章。这个人就是维纳（Wiener）。

维纳拉来英国的数学天才佩利（Paley），攻下了奈奎斯特条件真正的数学含义，提出了深刻的佩利 - 维纳定理。这个定理的关键部分就是建立在弗拉格门 - 林德洛夫的理论之上。简单而言，符合奈奎斯特条件的信号，必然是某种类型的解析函数。不过这种深刻的结果，在许多“现代”电子信息教科书上一概不去引述评论。

无数古典音乐迷，无法忍受 CD 带给他们过于纯净的音色。若进不了音乐厅，他们宁愿花大价钱去听黑胶（LP）。而弗拉格门们的数学，恰好解释了此中奥妙。CD 的数字化音乐，播放的不过是解析函数！它当然过于光滑了。它怎么可能有黑胶的模拟录音带给你的无比温暖的音色，还有丰富多彩的、透着木质情调的泛音！

依然是在贝尔实验室，奈奎斯特的探索由香农 (Shannon) 发扬光大为精彩的采样定理，打开了通往数字化世界的第一扇大门。我们从手机上或 CD 上所听到的音乐，就是由一组解析函数 (sinc- 函数) 线性叠加而来。这个连接了模拟世界与数字世界的采样定理，带给我们莫扎特，也带给我们江南 Style。

或许有史以来，应用最频繁、创造出最大经济价值的数学定理，就是奈奎斯特 - 香农的采样定理。你每一次用手机、每一次上网、每一次听 Mp3，都用到它。它把我们带到数字化的天堂，它把我们送入数字化的地狱。而这个数字化世界的潘多拉魔盒，里面装的就是名为指数型整函数的解析函数精灵。

小仓金之助



日本数学家小仓金之助 (1885-1962)

■ 连接了物理世界与数字世界的奈奎斯特 - 香农采样定理，一端开启了我们日常生活离不开的手机、CD、Mp3，另一端却通往高深莫测的黎曼 zeta 函数。其前世今生，简直可以媲美一部精彩的小说。好的理论总是有诸多起源，最早接近于现代形式的采样定理发表于 1920 年，作者是日本数学家小仓金之助 (Kinnosuke Ogura)。

“新叶滴翠，摘来拂拭尊师泪”。日本无疑是个极度善于学习的民族。我们常常满足于找到对手的缺陷从而遐想对手的渺小，但他们却始终在研究对手的优势从而成全自己的强大。2001 年，当日本宣布要在未来 50 年拿 30 个诺贝尔奖时，中国人多不以为然。可自 2001 年算起，日本已经拿下了 10 个诺贝尔奖。

更令国人难以释怀的是，日本第一个由私立大学培养出来的数学博士小仓金之助，既对《九章算术》情有独钟，又为日本侵华战争摇旗呐喊。刀与菊的双重性格，常常遮蔽了历史真相。中国人习惯于感恩，我们至今仍在感念其人对中国数学教育和数学史研究带来的积极影响。

90 年前，日本数学家小仓金之助用复分析率先论证了采样定理。这类“违背国人常识”的事情远不止一例。当后来获得菲尔兹奖的小利翁斯 (Pierre-Louis Lions) 与其合作者研究出现代图像处理的核心模型“尺度空间”之后，人们再次惊讶地发现：日本计算机科学先驱饭岛 (Taizo Iijima) 在 50 年代末就已经发表了

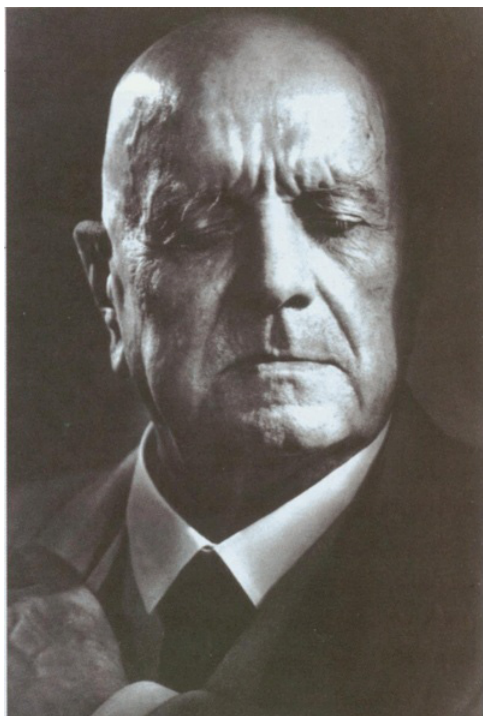
类似成果。

小仓金之助能在采样定理上做出成绩，靠的是钻研芬兰数学家林德洛夫（Lindelöf）的复分析专著。当世之下，快餐式的速成学习成为时尚，钻研沦为一种稀缺的习惯。当年林德洛夫发现自己身边的天才阿尔福斯（Ahlfors）自我感觉甚好、妄想翘掉奈望林纳（Nevanlinna）的数学课时，将其好生训了一通，责令其按部就班地学习和考试。

阿尔福斯家境良好，但他做大学教授的父亲却从未要求孩子超前学习。芬兰的某一任总理曾说：给孩子最好的教育，等于给了他最好的人生。而最好的教育，就是按部就班地成长。摆脱瑞典和沙皇的统治，立国还不足百年的芬兰，不仅创造出了世界级的品牌诺基亚，还创造出位列全球之巅的芬兰教育。

在远离世界数学中心的日本，小仓金之助们必须埋头苦读才能学有所成。正是靠这种潜下心来努力，战后的日本不断涌现出世界级的大学者。阿尔福斯回忆到自己无须闭门苦读：他的身边全是世界级的数学家，他生活在鲜活的数学中，他的研究纯然就是世界级的。两种际遇，两种道路，都登上了顶峰。

奈望林纳



芬兰音乐家西贝柳斯（1865-1957）

■ 优秀的教育传承，成就了由林德洛夫、奈望林纳和阿尔福斯这群大师领衔的芬兰复分析学派。阿尔福斯获得了菲尔兹数学奖和沃尔夫奖。奈望林纳担任过国际数学联盟的主席。而四年一度的世界数学家大会，不仅会颁发菲尔兹奖，还同时颁发以信息科学为主题的应用数学大奖——奈望林纳奖。

为芬兰数学带来了极高的荣誉的亚纯函数奈望林纳理论，被大数学家外尔（Weyl）赞誉为二十世纪经典。冷峻而富有逻辑的数学作品，就像芬兰作曲家西贝柳斯的音乐——那是一种追求深刻逻辑的“绝对音乐”。奈望林纳 12 岁听音乐会时迷上西贝柳斯。一生与爱因斯坦、希尔伯特等无数名流交往过的他，最推崇的人正是谱写了《芬兰颂》的西贝柳斯。

终身挚爱小提琴的西贝柳斯或许不知，这位 12 岁的粉丝奈望林纳已经是小提琴高手，常与母亲和哥哥演奏三重奏，长大后还组建过室内乐团。这位为芬兰赢得至高荣誉的数学家，不仅执掌过国际数学联盟，还两度出任芬兰最高音乐学府西贝柳斯学院的理